

#### IV. Conclusion

It has been shown that in a certain range of  $\alpha$  both much higher values of  $j_\varphi$  and much higher values of  $\beta_T$  compared with the corresponding val-

ues for circular cross section can be reached, if the ellipses are vertical.

We are grateful to Mrs. PILLSTICKER for some numerical calculations.

<sup>1</sup> C. MERCIER, Nucl. Fusion **1**, 47 [1960].

<sup>2</sup> H. LUC, EUR-CEA-FC-569 (Oct. 1970).

<sup>3</sup> G. LAVAL, E. K. MASCHKE, and R. PELLAT, IC/70/110, Trieste Report (Aug. 1970).

<sup>4</sup> W. B. THOMPSON, An Introduction to Plasma Physics, Pergamon Press, London 1962, p. 55.

<sup>5</sup> L. S. SOLOV'EV, J. Exp. Theor. Phys. USSR **26**, 400 [1968].

<sup>6</sup> G. KÜPPERS and H. TASSO, Phys. Letters 35 A, **6**, 410 [1971].

## Driftgeschwindigkeit und Beweglichkeit von Elektronen in Silicium bei 4,2 °K in Abhängigkeit vom elektrischen Feld

P. DEIMEL \*

Atominstitut der Österreichischen Hochschulen, Wien, Austria

(Z. Naturforsch. **27 a**, 26—30 [1972]; eingegangen am 26. Mai 1971)

### *Driftvelocity and Mobility of Electrons in Silicon at 4.2 °K in Dependence of Electric Field*

The pulse rise times of an n-type silicon surface barrier detector were measured at 4.2 °K. At this temperature the detector was fully depleted even at very low bias and the measured pulse rise times gave direct information about the driftvelocity and the mobility. Instead of  $E^{-0.5}$ , an  $E^{-0.8}$  dependence of the mobility at moderate electric fields was found. At high electric fields agreement exists with theory.

#### 1. Einleitung

Die Beweglichkeit der Ladungsträger in Halbleitern in Abhängigkeit von höheren elektrischen Feldern ist sowohl bei Raumtemperatur als auch bei der Temperatur des flüssigen Stickstoffes mehrfach untersucht worden<sup>1-6</sup>. Hingegen ist die Zahl der Arbeiten, die sich mit dem Verhalten der Driftgeschwindigkeit in hochohmigem Silicium bei 4,2 °K beschäftigen, sehr gering<sup>7</sup>.

Ziel dieser Arbeit ist, durch Messung der Anstiegszeit der von  $\alpha$ -Teilchen ausgelösten Impulse eines hochohmigen n-Siliciumoberflächensperrschichtzählers bei 4,2 °K Aussagen über Driftgeschwindigkeit und Beweglichkeit und deren Abhängigkeit von einem äußeren elektrischen Feld zu gewinnen.

#### 2. Theorie der Beweglichkeit und Driftgeschwindigkeit

In diesem Abschnitt soll eine Zusammenstellung der bisher bekannten und experimentell bestätigten

theoretischen Aussagen über die Beweglichkeit und die Driftgeschwindigkeit und ihre Abhängigkeit von einem äußeren elektrischen Feld erfolgen. Diese Gleichungen sollen auch bei 4,2 °K als Berechnungsgrundlage dienen, wobei die auf diesem Wege gewonnenen numerischen Werte mit den experimentell gewonnenen verglichen werden sollen.

Die Beweglichkeit wird in den meisten Halbleitern prinzipiell durch Streuung an Gitterschwingungen und an ionisierten Störstellen bestimmt. Im Fall der Streuung an Gitterschwingungen kann Wechselwirkung sowohl mit optischen als auch akustischen Phononen erfolgen. Bei niedriger Temperatur ist aber die Streuung durch optische Phononen gegenüber der durch akustische Phononen vernachlässigbar<sup>8,9</sup>, solange die Ladungsträger keine zu hohe Elektronentemperatur besitzen. Da somit im Falle der Gitterschwingung bei Berechnung der Niederfeldbeweglichkeit nur akustische Phononen wechselwirken, ergibt sich eine Abhängigkeit der Niederfeldbeweglichkeit  $\mu_{0T}$  von der Gittertemperatur  $T$

Sonderdruckanforderungen an Dr. P. DEIMEL, Physik-Department E 18, Techn. Universität München, D-8046 Garching, Freisinger Landstraße.

\* Nun Physik-Department der Technischen Universität München, Germany.



Dieses Werk wurde im Jahr 2013 vom Verlag Zeitschrift für Naturforschung in Zusammenarbeit mit der Max-Planck-Gesellschaft zur Förderung der Wissenschaften e.V. digitalisiert und unter folgender Lizenz veröffentlicht: Creative Commons Namensnennung-Keine Bearbeitung 3.0 Deutschland Lizenz.

Zum 01.01.2015 ist eine Anpassung der Lizenzbedingungen (Entfall der Creative Commons Lizenzbedingung „Keine Bearbeitung“) beabsichtigt, um eine Nachnutzung auch im Rahmen zukünftiger wissenschaftlicher Nutzungsformen zu ermöglichen.

This work has been digitalized and published in 2013 by Verlag Zeitschrift für Naturforschung in cooperation with the Max Planck Society for the Advancement of Science under a Creative Commons Attribution-NoDerivs 3.0 Germany License.

On 01.01.2015 it is planned to change the License Conditions (the removal of the Creative Commons License condition "no derivative works"). This is to allow reuse in the area of future scientific usage.

zu  $\mu_{0T} \propto T^{-1/2}$  (Index T bedeutet Streuung an Gitterschwingungen).

Nach BARDEEN und SHOCKLEY<sup>10</sup> ergibt sich für  $\mu_{0T}$

$$\mu_{0T} = \frac{2\sqrt{2}\pi\hbar^4 c_{ii} e}{3 E_1^2 m_n^{*5/2} (kT)^{3/2}} \quad (1)$$

$[c_{ii}]$  mittlere longitudinale elastische Konstante des Halbleiters (kann<sup>11</sup> entnommen werden);  $E_1$  Verschiebung der Kante des Leitungsbandes pro Einheitsdilatation des Gitters<sup>11</sup>;  $m_n^* = 0,65 m_0$  effektive Masse des Elektrons in Silicium mit  $m_0$  Ruhemasse des Elektrons;  $T$  absolute Temperatur [°K];  $k$  Boltzmann-Konstante].

Eine Streuung der Elektronen an ionisierten Störstellen war für den verwendeten Siliciumoberflächensperrschichtzähler mit einer Störstellenkonzentration von  $3 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-3}$  vernachlässigbar, wodurch die Angabe des entsprechenden theoretischen Zusammenhanges unterbleiben kann.

Wird an den Halbleiter ein äußeres elektrisches Feld angelegt, so unterscheidet man drei Bereiche: den Niederfeldbereich, in dem das Ohmsche Gesetz gilt, den Mittelfeldbereich, in dem Wechselwirkung mit den akustischen Phononen erfolgt, und den Bereich hoher Feldstärke, in dem es zur Emission optischer Phononen kommt.

Im Niederfeldbereich gilt nach<sup>2</sup>

$$v_d = \mu_{0T} E \quad (2)$$

$[v_d]$  Driftgeschwindigkeit;  $E$  elektrische Feldstärke].

Sobald die Ladungsträger Energien  $\gg kT$  aus dem Feld aufnehmen, gelten Gln. (1) und (2) nicht mehr. Die gewonnene Energie soll nun durch Emission von akustischen Phononen der Energie  $\ll kT$  abgegeben werden, wozu die Stoßhäufigkeit des Niederfeldbereiches nicht ausreicht. Es erhöht sich daher die Elektronentemperatur, wodurch die Stoßhäufigkeit zunimmt und schließlich Energieaufnahme aus dem Feld und Energieabgabe an das Gitter wieder ins Gleichgewicht kommen. Die Driftgeschwindigkeit wächst im Mittelfeldbereich mit der Wurzel aus der elektrischen Feldstärke. Dies ist mit einer Abnahme der Beweglichkeit mit  $E^{-0,5}$  verbunden.

Die kritische Geschwindigkeit, bei der sich Ohmsches Gesetz und  $E^{0,5}$ -Bereich überschneiden, ist gegeben durch

$$v_{dc} = 1,51 u \quad (3)$$

$[u = 9,2 \cdot 10^5 \text{ cm/sec}]$  Geschwindigkeit longitudinaler akustischer Wellen in Silicium].

Im Mittelfeldbereich gilt<sup>2</sup>

$$v_d = 1,23 (u \mu_{0T} E)^{1/2} \quad (4)$$

Die Driftgeschwindigkeiten wachsen so weit an, bis sie einen Maximalwert, der durch die maximale Energie, die durch Emission optischer Phononen kompensiert werden kann, erreichen. Diese Wechselwirkung mit den optischen Phononen bewirkt eine Abnahme der Beweglichkeit mit  $E^{-1}$ .

$$v_{d_{\max}} = \left( \frac{h\nu}{m_n^*} \right)^{1/2} \quad (5)$$

$[\nu = 1,5 \cdot 10^{13} \text{ sec}^{-1}]$  Schwingungsfrequenz optischer Phononen in Silicium].

### 3. Anstiegszeit

Die theoretische Gesamtimpulsanstiegszeit [10% bis 90%] ergibt sich mit hinreichender Genauigkeit durch quadratische Addition der einzelnen Komponenten

$$t_{\text{ges}}^2 = t_L^2 + t_p^2 + t_{RC}^2 + t_A^2 \quad (6)$$

Die minimale Ladungsimpulsanstiegszeit  $t_L$ , die sich für eine Detektorspannung ergibt, die höher ist als die Spannung, bei der die Feldzone den Rückkontakt erreicht, errechnet sich zu<sup>12</sup>

$$t_L = 0,8 d/v_d \quad (7)$$

mit  $d$  Detektordicke [cm].

Die Plasmazeit  $t_p$ , die dadurch entsteht, daß die in der Ionisationsspur eines  $\alpha$ -Teilchens bestehende Ionisationsdichte einen Zusammenbruch des in der Feldzone herrschenden elektrischen Feldes innerhalb der Ionisationsspur hervorruft, so daß die Ladungsträger nur durch Diffusion den Rand der letzteren erreichen können, wurde experimentell für 300 °K, 185 °K, 77 °K bestimmt und folgende Abhängigkeit gefunden<sup>12</sup>

$$t_p = K_1 \cdot E^a \quad (8)$$

$K_1$ ,  $a$  sind Konstante, die für die verschiedenen Temperaturen in<sup>12</sup> angegeben sind.

Die Zeitkonstante  $t_{RC}$ , die durch die Integration des Basiswiderstandes hervorgerufen wird, gehorcht der folgenden Gleichung

$$t_{RC} = 2,2 R_B \frac{C_d \cdot C_e}{C_d + C_e} \quad (9)$$

$[R_B]$  Basiswiderstand des Detektors;  $C_d$  Detektorkapazität;  $C_e$  Eingangskapazität des Verstärkers].

Die Anstiegszeit der Meßapparatur  $t_A$  wird durch Messung mittels schneller elektronischer Impulse festgestellt.

#### 4. Experimentelle Durchführung und Ergebnisse

Die zur Messung der Impulsanstiegszeiten verwendete Elektronik zeigt Abbildung 1. Der Arbeitswiderstand hatte die Größe  $1\text{ M}\Omega$ , um nicht zu lange Impulsabfallzeiten zu erhalten. Als Impedanzwandler diente ein Keithley 111-Impulsverstärker mit einer Eingangsimpedanz von  $10\text{ M}\Omega$  parallel  $12\text{ pF}$  und einer Ausgangsimpedanz von  $50\text{ }\Omega$ . Die Eigenanstiegszeit des gesamten Verstärkersystems wurde experimentell mit Hilfe eines schnellen Impulsgebers bestimmt und betrug  $4,7\text{ nsec}$ . Die Impulse wurden auf einem Tektronix 585 A-Oszilloskop beobachtet und photographiert.

Als Sperrspannungsquelle diente ein Keithley 240 A-Gerät mit  $0,5\text{ mV}_{\text{RMS}}$  Rauschen.

Der Detektor war ein Oberflächensperrschichtzähler n-Silizium mit einem spezifischen Widerstand von  $1,8 \cdot 10^4\text{ }\Omega \cdot \text{cm}$  bei Raumtemperatur (d. h. Störstellenkonzentration  $3 \cdot 10^{11}\text{ cm}^{-3}$ ) und einer Dicke von  $1\text{ mm}$ . Der Durchmesser der Zählfläche war  $3\text{ mm}$ , das Eintrittsfenster wurde durch eine  $100\text{ Å}$  dicke Au-Schicht gebildet. Der Detektor war in einer Aussparung des Heliumgefäßes eines Kryostaten montiert und in gutem thermischen Kontakt mit dem im Heliumgefäß befindlichen Kühlmittel. Eine Durchführung am Boden des Kryostaten stellte die elektrische Verbindung des Detektors mit der Elektronik dar und konnte damit sehr kurz gehalten werden. Als  $\alpha$ -Strahler wurde  $\text{Po}^{210}$  verwendet, wobei die Entfernung Detektor- $\alpha$ -Quelle  $4\text{ mm}$  betrug.

Die mit Hilfe dieser Anordnung gemessenen Anstiegszeiten zeigt Abbildung 2.

#### 5. Diskussion der Ergebnisse

Die Detektorkapazität wurde sowohl bei Raumtemperatur als auch bei Heliumtemperatur in Abhängigkeit von der Sperrspannung gemessen. Die Raumtemperaturwerte zeigen die gewohnte Abhängigkeit von der angelegten Spannung, wobei sich bei  $200\text{ V}$  die Feldzone durch den gesamten Kristall erstreckt und die Kapazität ihren Minimalwert erreicht.

Bei Heliumtemperatur ist dieser Minimalwert bereits bei  $1\text{ Volt}$  Sperrspannung gemessen worden und blieb bis zu  $200\text{ Volt}$  konstant. Dies deutet darauf hin, daß die Feldzone ab einer bestimmten Temperatur sich unabhängig von der Sperrspannung durch die gesamte Detektordicke erstreckt. Ein ähnliches Verhalten wurde bereits von anderen Autoren gefunden<sup>13,14</sup>. Die Autoren stellten fest, daß bei der Temperatur des flüssigen Stickstoffs die Vorstellung des Kastenmodells noch gültig ist. Erst bei der Temperatur des flüssigen Wasserstoffes beginnt die Raumladungskapazität stark abzunehmen, bis

sie nach  $8 - 10\text{ }^\circ\text{K}$  wiederum einen konstanten Wert erreicht, der durch die Abmessung der Diode und die Dielektrizitätskonstante des Siliciums gegeben ist. Dies bedeutet, daß die Sperrspannung nun entlang der gesamten Detektordicke abfällt und ein linearer Zusammenhang zwischen elektrischer Feldstärke und angelegter Sperrspannung gegeben ist, wobei  $E \propto 1/d$  variiert. Als weitere Konsequenz ergibt sich, daß der Basiswiderstand, der aus dem nicht von der Feldzone überstrichenen Kristallbereich resultiert, verschwindet und damit gleichzeitig die durch seine Integrationswirkung hervorgerufene Anstiegszeit  $t_{\text{RC}}$ .

Um aus den gemessenen Impulsanstiegszeiten direkt Driftgeschwindigkeit und Verhalten der Beweglichkeit ableiten zu können, wird eine Aussage über die Plasmazeit bei Heliumtemperatur notwendig. In Abb. 2 zeigt sich eine bis etwa  $20\text{ Volt}$  Sperrspannung konstante Impulsanstiegszeit, die gemäß Gl. (7) bzw. (5) einer maximalen Driftgeschwindigkeit unabhängig von der herrschenden elektrischen Feldstärke entspricht, was weiter unten noch ausführlicher behandelt wird. Bis zu einer Temperatur von  $77\text{ }^\circ\text{K}$  wurde von den Autoren<sup>12</sup> eine Abhängigkeit der Plasmazeit mit  $t_p \propto E^{-1}$  gefunden. Da diese Abhängigkeit bei  $4,2\text{ }^\circ\text{K}$  in dem oben angeführten Sperrspannungsbereich nicht gefunden wurde, ist ein Einfluß der Plasmazeit hier zu vernachlässigen. Für Sperrspannungen von  $20\text{ Volt}$  bis  $1\text{ Volt}$  ergibt sich eine Abhängigkeit der Impulsanstiegszeit von  $E^{-\alpha}$  mit  $\alpha$  wesentlich kleiner als  $1$ . Dies bedeutet, daß auch in diesem Bereich zumindest kein meßbarer Einfluß der Plasmazeit vorliegt. Dieses Verhalten findet seine Erklärung in zwei Tatsachen:

a) damit die Plasmazeit einen meßbaren Einfluß auf die Gesamtanstiegszeit besitzt, darf das Verhältnis von Teilchenreichweite  $R$  zu Feldzonendicke  $w$  nicht beliebig klein werden. Dies ist bereits bei  $1\text{ V}$  Sperrspannung nicht erfüllt, da  $R/w = 3,1 \cdot 10^{-2} \ll 1$  ist, was aus der sperrspannungsunabhängigen maximalen Feldzonendicke resultiert. Dies bedeutet, daß ein meßbarer Einfluß der Plasmazeit nur bei kleineren Feldzonendicken zu erwarten ist<sup>12</sup>;

b) der Detektor wird schon bei geringer Sperrspannung mit einer Überspannung betrieben, worunter Spannungen gezählt werden, die die Spannung, bei der die Feldzone den Rückkontakt erreicht, übersteigen.

Ein Beitrag der Löcher zum Ladungsimpuls kann vernachlässigt werden, da  $f(R/w) = 1$  für  $R \ll w$

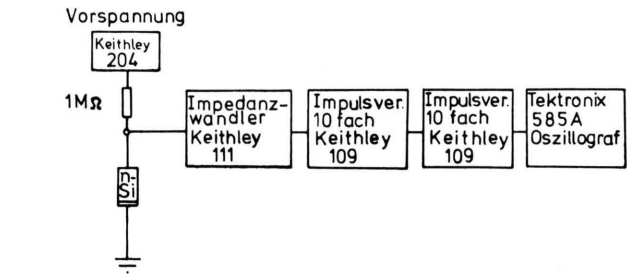


Abb. 1. Blockschaltbild der verwendeten Elektronik zur Bestimmung der Impulsanstiegszeit.

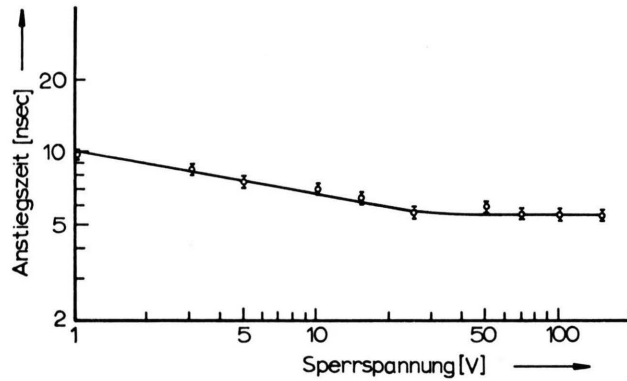


Abb. 2. Gemessene Impulsanstiegszeiten bei 4,2 °K.

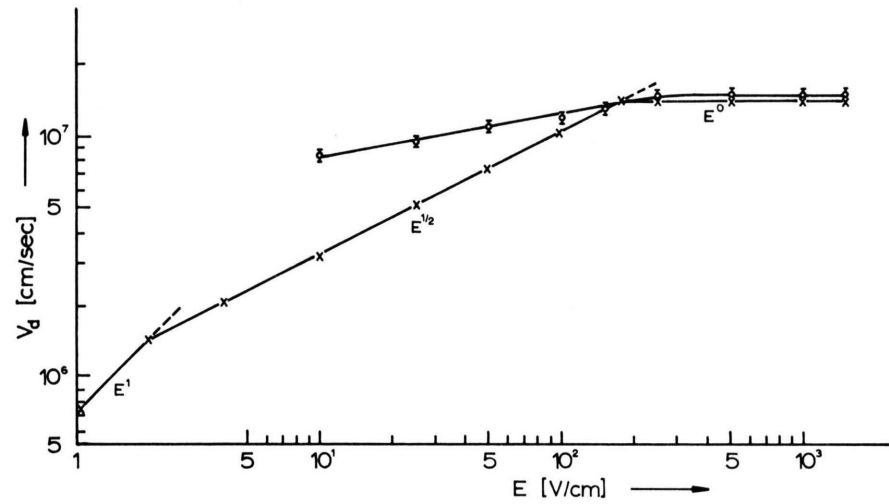


Abb. 3. Gemessene (o) und berechnete (x) Driftgeschwindigkeiten.

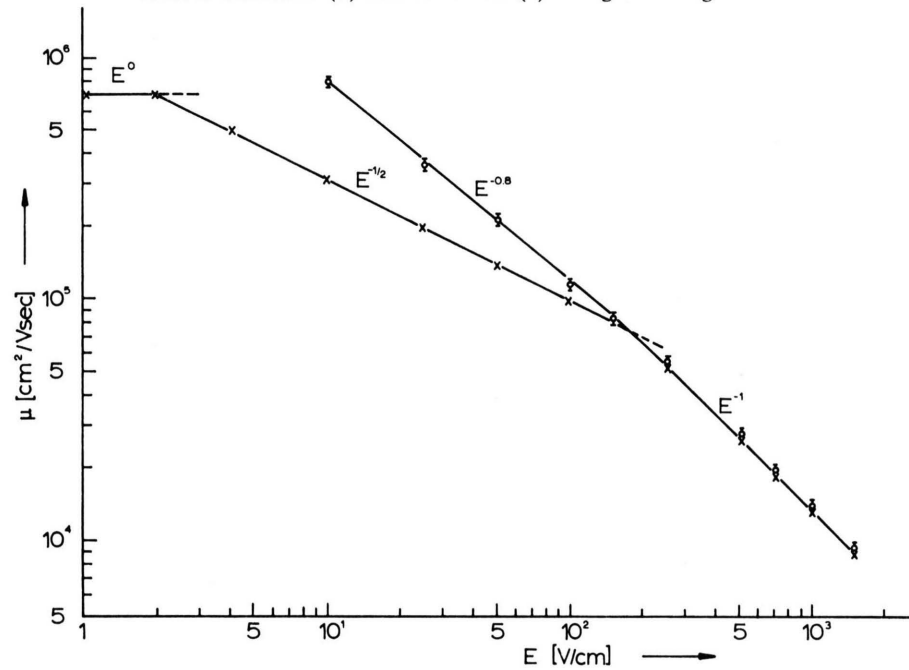


Abb. 4. Gemessene (o) und berechnete (x) Beweglichkeitswerte.

ist<sup>15</sup>.  $f(R/w)$  ist der Faktor, der die Anteile der Elektronen und Löcher zur Gestalt des Ladungsimpulses charakterisiert. Es handelt sich somit in der Folge nur noch um Driftgeschwindigkeiten und Beweglichkeit von Elektronen.

Abbildung 3 zeigt die gemäß der reduzierten Form der Gl. (6)  $t_{\text{ges}}^2 = t_L^2 + t_A^2$  mittels Gl. (7) aus den gemessenen Anstiegszeiten berechneten Driftgeschwindigkeiten. Eine maximale Driftgeschwindigkeit von  $1,4 \cdot 10^7$  cm/sec bei  $4,2^\circ\text{K}$  in Silicium wurde auch von anderen Autoren ermittelt<sup>7</sup>.

Um die in Abb. 3 eingetragenen experimentell ermittelten Driftgeschwindigkeiten mit theoretisch ermittelten vergleichen zu können, werden die dazu nötigen numerischen Größen mit Hilfe der in Abschnitt 2 zusammengestellten Gleichungen gewonnen.

Die Niederfeldbeweglichkeit ergibt sich gemäß Gl. (1) zu  $\mu_{0T} = 4,36 \cdot 10^6 T^{-3/2}$  cm<sup>2</sup>/Vsec und für  $4,2^\circ\text{K}$  zu  $4,95 \cdot 10^5$  cm<sup>2</sup>/Vsec. Eine etwas andere Niederfeldbeweglichkeit erhält man, wenn man  $\mu_{0T} = 6,2 \cdot 10^6 T^{-3/2}$  annimmt (experimentell ermittelter Wert<sup>16</sup>). Bei  $4,2^\circ\text{K}$ :  $\mu_{0T} = 7,2 \cdot 10^5$  cm<sup>2</sup>/Vsec. Unter Verwendung dieser Beweglichkeit läßt sich gemäß

$$E_c = 1,51 u / \mu_{0T} \quad (10)$$

eine kritische Feldstärke berechnen, bei der sich Niederfeld- und Mittelfeldbereich überschneiden. Es ergibt sich ein  $E_c = 1,95$  V/cm in guter Übereinstimmung mit Meßwerten, die bei Heliumtemperatur den Beginn des  $E^{1/2}$ -Bereiches für Halbleiter mit 1 V/cm im Fall von Elektronen angeben<sup>17</sup>. Die dieser kritischen Feldstärke entsprechende kritische Driftgeschwindigkeit hat gemäß Gl. (3) eine Größe von  $1,4 \cdot 10^6$  cm/sec. Die gemäß Gl. (4) berechneten

Driftgeschwindigkeiten sind in Abb. 3 in Abhängigkeit von der elektrischen Feldstärke aufgetragen. Die maximale Driftgeschwindigkeit ergibt sich nach Gl. (5) zu  $1,34 \cdot 10^7$  cm/sec.

Abbildung 4 zeigt einen Vergleich zwischen gemessenen und berechneten Beweglichkeitswerten, wobei im Mittelfeld für die Beweglichkeit

$$\mu(E) = 1,23 \cdot (\mu_{0T} u/E)^{1/2} \quad (11)$$

bei der Berechnung verwendet wurde. Im Bereich hoher Feldstärken ist  $\mu(E) \propto E^{-1}$ .

Abbildung 3 und Abb. 4 zeigen im Mittelfeldbereich starke Abweichungen der gemessenen von den berechneten Werten. Aus Abb. 4 läßt sich eine Abhängigkeit der Beweglichkeit  $\mu \propto E^{-0,8}$  entgegen  $E^{-0,5}$  ablesen. Diese Diskrepanz liegt darin begründet, daß den in Abschn. 2 angegebenen Zusammenhängen eine starke Vereinfachung der Verhältnisse beim Ladungsträgertransport zugrunde liegt. Schon im Mittelfeldbereich ist es notwendig, in die Wechselwirkung der Elektronen mit dem Gitter auch den Einfluß der optischen Phononen einzubeziehen und Kopplungserscheinungen zwischen akustischen und optischen Phononen zu berücksichtigen. Gute Übereinstimmung herrscht hingegen in dem Bereich ( $> 2 \cdot 10^2$  V/cm), in dem die Wechselwirkung mit den optischen Phononen dominiert.

Zusammenfassend kann gesagt werden, daß sich die Verhältnisse bei  $4,2^\circ\text{K}$  wesentlich von den bisher experimentell und theoretisch erfaßten Temperaturbereichen unterscheiden, was sich schon in dem geänderten Verhalten der Detektorkapazität und dem Versagen des Kastenmodelles dokumentiert. Durch Modifizierung der in Abschn. 2 gegebenen Zusammenhänge sollte sich die Diskrepanz zwischen Experiment und Theorie verringern lassen.

<sup>1</sup> E. J. RYDER u. W. SHOCKLEY, Phys. Rev. **81**, 139 [1951].

<sup>2</sup> W. SHOCKLEY, Bell Syst. Techn. J. **30**, 990 [1951].

<sup>3</sup> E. J. RYDER, Phys. Rev. **90**, 766 [1953].

<sup>4</sup> F. J. MORIN u. J. P. MAITA, Phys. Rev. **96**, 28 [1954].

<sup>5</sup> E. CONWELL, J. Phys. Chem. Solids **8**, 234 [1959].

<sup>6</sup> H. NEUMANN, Phys. Lett. **29 A**, 272 [1969].

<sup>7</sup> V. RODRIGUEZ u. M.-A. NICOLET, J. Appl. Phys. **40**, 496 [1969].

<sup>8</sup> T. P. MCLEAN u. E. G. S. PAIGE, J. Phys. Chem. Sol. **18**, 139 [1961].

<sup>9</sup> J. F. LE HIR, Ann. Telecom. **22**, 153 [1967].

<sup>10</sup> W. SHOCKLEY, Electrons and Holes in Semiconductors, Van Nostrand, Princeton, N.Y. 1950.

<sup>11</sup> J. BARDEEN u. W. SHOCKLEY, Phys. Rev. **80**, 72 [1950].

<sup>12</sup> A. ALBERIGI QUARANTA et al., IEEE Trans. NS **15**, 373 [1968].

<sup>13</sup> B. M. VUL u. E. J. ZAVARITSKAYA, Sov. Phys. JETP **11**, 6 [1960].

<sup>14</sup> J. CHIN, A. T. HIRSCHFELD u. D. D. HOPPE, Rev. Sci. Instrum. **34**, 1258 [1963].

<sup>15</sup> H. MEYER, IEEE Trans. NS **13**, 180 [1966].

<sup>16</sup> E. CONWELL, Proc. IRE **40**, 1330 [1952].

<sup>17</sup> S. H. KOENIG, J. Phys. Chem. Sol. **8**, 227 [1959].